

一种运动边界的流固声耦合计算方法

A fluid-structure acoustic coupling method for calculating moving boundary

何燕飞 (Yanfei He)^{1,2}, 王国玉 (Guoyu Wang)^{1,2}, 黄彪 (Biao Huang)^{1,2}, 陈泰然 (Tairan Chen)^{1,2}, 谭树林 (Shulin Tan)², 侯清林 (Qinglin Hou)²

¹ 北京理工大学机械与车辆学院, 北京, 100081, 中国

² 北京理工大学重庆创新中心, 重庆, 401120, 中国

¹ School of Mechanical Engineering, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China.

² Beijing Institute of Technology Chongqing Innovation Center, Chongqing 401120, China.

摘要

针对运动物体引起的流场压力脉动噪声, 考虑流体压力场波动产生的流噪声源, 以及其传播过程中所受到的非均匀流体影响, 本文提出一种运动边界的流固声耦合分析方法。该方法通过在不可压缩 N-S 方程中添加流固耦合作用力源项的方式, 描述运动物体作用下不可压缩流场的变化情况; 基于瞬时和平均流固耦合结果, 计算流噪声源项的大小; 采用耦合流体变量的可压缩波动方程, 刻画非均匀流体中声场变量的传播过程。在此基础上, 本文开展了静止流体中直线振荡圆柱的流固声耦合仿真分析, 验证了本文方法的有效性和准确性。

关键词: 运动边界、流噪声、流固声耦合、数值仿真;

中图分类号: TB561, **文献标识码:** A。

1. 引言

运动圆柱绕流问题广泛存在于航空、航天、航海等实际工程中, 圆柱后方流体受到交替性脱落漩涡的影响, 垂直于运动方向的升力和阻力发生剧烈变化, 引起结构的振动和同时诱发流噪声^[1,2], 严重影响相关装备的工作性能。因此, 研究运动圆柱绕流引起的流固耦合作用以及流噪声问题, 具有重要的学术意义和工程实践价值。

目前, 常用的流噪声计算方法主要包含直接数值模拟(Direct Numerical Simulation, DNS)方法^[3,4], 和线性欧拉方程(Linear Euler Equation, LEE)方法^[5-8]。DNS 方法通过求解流体控制方程, 获得整个计算域的所有信息, 其中声场信息作为流场信息的附带品直接获得。与此不同, LEE 方法采用流固耦合数值方法精确计算流场信息, 采用线性欧拉方程准确计算流场中的声波信息。然而, 现有的 DNS 方法和 LEE 方法均常常忽略流固声耦合效应的影响, 并在运动边界的流噪声计算中表现不佳^[9]。

针对上述问题, 本文基于运动边界流固耦合计算方法和 LEE 方法, 提出一种运动边界的流固声耦合数值计算方法, 实现运动圆柱绕流的流体速度、压力及流噪声的准确预测。通

基金项目: 国家自然科学基金 (52009001), 重庆市自然科学基金资助 (cstc2021jcyj-msxmX1046)

过本文方法计算结果，与 Lighthill 声比拟理论中 Ffowcs-Williams Hawkins 方程的预测结果相比较，验证了本文方法的有效性和精确性，凸显了本文方法考虑流固声耦合效应的优势。

2. 流固声耦合分析方法

2.1 控制方程

在本文方法中，总体的流体变量分解为不可压缩变量和可压缩波动变量，分别刻画不可压缩流体的密度、速度和压力，与声波导致的流体波动密度、速度和压力，其总体的控制方程为

$$\begin{cases} \rho(\mathbf{x}, t) = \rho_f(\mathbf{x}, t) + \rho_a(\mathbf{x}, t) \\ \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{u}_f(\mathbf{x}, t) + \mathbf{u}_a(\mathbf{x}, t) \\ p(\mathbf{x}, t) = p_f(\mathbf{x}, t) + p_a(\mathbf{x}, t) \end{cases} \quad (1)$$

式中： $\mathbf{x}$ —描述流体位置的笛卡尔网格坐标； t —时间变量； $\rho(\mathbf{x}, t)$ ， $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$ 和 $p(\mathbf{x}, t)$ —总体的瞬时流体密度，速度和压力； $\rho_f(\mathbf{x}, t)$ ， $\mathbf{u}_f(\mathbf{x}, t)$ 和 $p_f(\mathbf{x}, t)$ —不可压缩流体运动引起的瞬时流体密度，速度和压力变量； $\rho_a(\mathbf{x}, t)$ ， $\mathbf{u}_a(\mathbf{x}, t)$ 和 $p_a(\mathbf{x}, t)$ —声波引起的瞬时流体波动密度，速度和压力变量。其中，声波引起的波动压力即为声压，不可压缩流体的密度保持不变，因此流体的瞬时密度为 $\rho_f = \rho_0$ 。

上式中不可压缩的流体变量，可以通过不可压缩流体控制方程来进行计算为

$$\rho_0 \left(\frac{\partial \mathbf{u}_f(\mathbf{x}, t)}{\partial t} + (\mathbf{u}_f(\mathbf{x}, t) \cdot \nabla) \mathbf{u}_f(\mathbf{x}, t) \right) + \nabla p_f(\mathbf{x}, t) = \mu \Delta \mathbf{u}_f(\mathbf{x}, t) + \mathbf{f}_{FSI}(\mathbf{x}, t) \quad (2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u}_f(\mathbf{x}, t) = 0 \quad (3)$$

式中： μ —流体的粘性系数； ∇ —哈密顿算子； Δ —拉普拉斯算子； $\mathbf{f}_{FSI}(\mathbf{x}, t)$ —流体网格上的流固耦合作用力。其中，式保证流体的动量守恒，式保证流体的质量守恒。在流固耦合分析方法进行仿真模拟时，上述不可压缩流体控制方程表征的是流固耦合作用下的流体信息，其计算的浸入边界条件仍然为无滑移条件和无渗透条件。

针对可压缩波动变量，采用线性可压缩波动方程^[10]进行计算，该方程的表达式为

$$\frac{\partial \rho_a}{\partial t} + (\mathbf{u}_f \cdot \nabla) \rho_a + \rho_f (\nabla \cdot \mathbf{u}_a) = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}_a}{\partial t} + \nabla (\mathbf{u}_a \cdot \mathbf{u}_f) + \nabla p_a / \rho_f = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial p_a}{\partial t} + (\mathbf{u}_f \cdot \nabla) p_a + \gamma p_f (\nabla \cdot \mathbf{u}_a) + (\mathbf{u}_a \cdot \nabla) p_f = -\frac{Dp_f}{Dt} + S' \quad (6)$$

式中： S' —任意额外的已知声源； Dp_f/Dt —瞬时流体压力的物质导数； γ —比热容比。其中，比热容比 γ 和流体密度 ρ_0 以及声速 c_0 之间存在一定的关系，

$$c_0^2 = \gamma p / \rho_0 \quad (7)$$

因此，当 $c_0 = C_1$ ， $\rho_0 = C_2$ 时，有 $\gamma p = C_1^2 C_2 = \text{常数}$ 。在结构边界处的声场边界条件为：

$\partial \rho_a / \partial \mathbf{n} = 0$, $\partial p_a / \partial \mathbf{n} = 0$ 和 $\mathbf{u}_a \cdot \mathbf{n} = 0$, 其中 $\mathbf{n}$ 为边界的法向量。此外, 声场的初始条件为 $\rho_a = \mathbf{u}_a = 0$ 和 $p_a = p_{a,0}$, 其中 $p_{a,0}$ 为初始时刻的声压大小。

众所周知, 与流体压力相比较, 声压为微弱的波动量, 故而在流固声耦合效应中, 将考虑流固耦合对声压的影响, 忽略声压对流体和固体产生的微弱作用。故而, 针对均匀来流下流固声耦合中流固声耦合效应问题, 需要考虑流固耦合作用对声场计算的影响^[10-15], 而不用分析声场的微弱量对流体和固体的影响, 可以忽略式中声波对流体作用产生的声压项 $(\mathbf{u}_a \cdot \nabla) p_f$ 。此外, 将式中声压的声源项 Dp_f/Dt 转换为式中波动速度的声源项 $\nabla(Dp_f/Dt)$, 并且考虑平均流体压力 $\bar{p}_f$ 对于波动声源项的非线性影响, 波动速度的声源项可简化为 $\nabla(p_f - \bar{p}_f)/\bar{\rho}_f$ 。在此基础上, 考虑平均流体速度对声波传播过程中的非线性影响, 式至转变为周期流动介质的声场控制方程, 其矩阵形式为

$$\frac{\partial \mathbf{R}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{E}(\mathbf{R})}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{G}(\mathbf{R})}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{H}(\mathbf{R})}{\partial z} = \mathbf{S} + \mathbf{S}' \quad (8)$$

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} \rho_a(\mathbf{x}, t) \\ u_a(\mathbf{x}, t) \\ v_a(\mathbf{x}, t) \\ w_a(\mathbf{x}, t) \\ p_a(\mathbf{x}, t) \end{pmatrix}, \mathbf{S} = \begin{pmatrix} 0 \\ \partial(p_f(\mathbf{x}, t) - \bar{p}_f(\mathbf{x}))/\bar{\rho}_f \partial x \\ \partial(p_f(\mathbf{x}, t) - \bar{p}_f(\mathbf{x}))/\bar{\rho}_f \partial y \\ \partial(p_f(\mathbf{x}, t) - \bar{p}_f(\mathbf{x}))/\bar{\rho}_f \partial z \\ 0 \end{pmatrix} \quad (9)$$

$$\mathbf{E} = \begin{pmatrix} \bar{u}_f(\mathbf{x}) \rho_a(\mathbf{x}, t) + \bar{\rho}_f u_a(\mathbf{x}, t) \\ \bar{u}_f(\mathbf{x}) u_a(\mathbf{x}, t) + \bar{v}_f(\mathbf{x}) v_a(\mathbf{x}, t) + \bar{w}_f(\mathbf{x}) w_a(\mathbf{x}, t) + p_a(\mathbf{x}, t)/\bar{\rho}_f \\ 0 \\ 0 \\ \bar{u}_f(\mathbf{x}) p_a(\mathbf{x}, t) + c_0^2 \bar{\rho}_f u_a(\mathbf{x}, t) \end{pmatrix} \quad (10)$$

$$\mathbf{G} = \begin{pmatrix} \bar{v}_f(\mathbf{x}) \rho_a(\mathbf{x}, t) + \bar{\rho}_f v_a(\mathbf{x}, t) \\ 0 \\ \bar{u}_f(\mathbf{x}) u_a(\mathbf{x}, t) + \bar{v}_f(\mathbf{x}) v_a(\mathbf{x}, t) + \bar{w}_f(\mathbf{x}) w_a(\mathbf{x}, t) + p_a(\mathbf{x}, t)/\bar{\rho}_f \\ 0 \\ \bar{v}_f(\mathbf{x}) p_a(\mathbf{x}, t) + c_0^2 \bar{\rho}_f v_a(\mathbf{x}, t) \end{pmatrix} \quad (11)$$

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} \bar{w}_f(\mathbf{x}) \rho_a(\mathbf{x}, t) + \bar{\rho}_f w_a(\mathbf{x}, t) \\ 0 \\ 0 \\ \bar{u}_f(\mathbf{x}) u_a(\mathbf{x}, t) + \bar{v}_f(\mathbf{x}) v_a(\mathbf{x}, t) + \bar{w}_f(\mathbf{x}) w_a(\mathbf{x}, t) + p_a(\mathbf{x}, t)/\bar{\rho}_f \\ \bar{w}_f(\mathbf{x}) p_a(\mathbf{x}, t) + c_0^2 \bar{\rho}_f w_a(\mathbf{x}, t) \end{pmatrix} \quad (12)$$

式中: $\bar{u}_f, \bar{v}_f, \bar{w}_f$ —流体平均速度 $\bar{\mathbf{u}}_f$ 在 x, y, z 方向上的分量; $\bar{\rho}_f$ —流体平均密度; u_a, v_a, w_a —声波速度 $\mathbf{u}_a$ 在 x, y, z 方向上的分量; $\mathbf{S}$ —瞬时流体压力与平均流体压力形成的声源项; $\mathbf{S}'$ —任意的额外声源向量。上述流体平均变量 $\bar{u}_f, \bar{v}_f, \bar{w}_f, \bar{p}_f$ 的计算公式为

$$\bar{u}_f(\mathbf{x}) = \int_{t_0}^{t_1} u_f(\mathbf{x}, t) dt / (t_1 - t_0) \quad (13)$$

$$\bar{v}_f(\mathbf{x}) = \int_{t_0}^{t_1} v_f(\mathbf{x}, t) dt / (t_1 - t_0) \quad (14)$$

$$\bar{w}_f(\mathbf{x}) = \int_{t_0}^{t_1} w_f(\mathbf{x}, t) dt / (t_1 - t_0) \quad (15)$$

$$\bar{p}_f(\mathbf{x}) = \int_{t_0}^{t_1} p_f(\mathbf{x}, t) dt / (t_1 - t_0) \quad (16)$$

$$\bar{\rho}_f = \rho_0 \quad (17)$$

式中： $u_f(\mathbf{x}, t), v_f(\mathbf{x}, t), w_f(\mathbf{x}, t)$ —流体瞬时速度 $\mathbf{u}_f(\mathbf{x}, t)$ 在 x, y, z 方向上的分量； $p_f(\mathbf{x}, t)$ —流体瞬时压力； t_0 —稳定流固耦合作用下的初始时刻； t_1 —几个稳定流固耦合周期后的时刻。通过式(13)至(16)计算出流体平均变量，从而考虑声场控制方程中的流体粘性和非线性影响^[16]。

2.2 数值计算格式

本文的数值流程如图 1 所示，其中笛卡尔网格上的空间差分采用的是四阶色散关系守恒(Dispersion-Relation-Preserving, DRP)的差分方法^[17]，时间积分采用的是四阶 4-6 步低色散低耗散 Runge-Kutta 法^[18](Low-dispersion and low-dissipation Runge-Kutta scheme, LDDRK 方法)，实现声压的高精度计算。为了减小计算域四周边界处的反射声波和浸入边界内部的入射声波对声场模拟中带来的影响，需要构造无反射的声场边界条件，本文采用的是完美匹配层(Perfect Match Layer, PML)方法^[19-22]。此外，声场的数值结果很容易受到数值误差的影响，因此在每一个时间步长的计算末尾，使用隐式过滤方法^[23]以减小数值误差，保障计算稳定性。

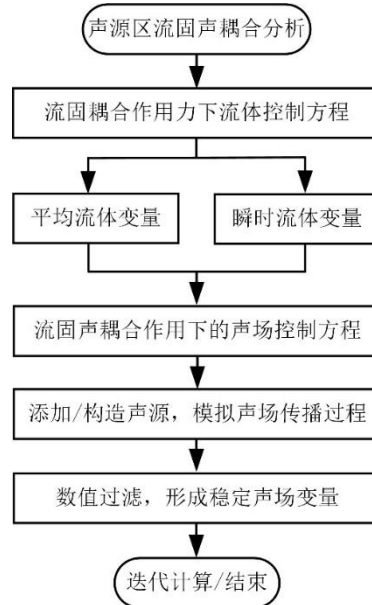


图 1 流固声耦合分析方法数值模拟流程图

在每一个计算时间步长中，已知当前时间步长 $n\Delta t$ 的结构、流体和声场变量，需要计算下一个时间步长 $(n+1)\Delta t$ 的结构、流体和声场变量。在每一个时间步长内的计算流程可以简

要表述为：首先通过运动边界流固耦合分析方法求解出流体场平均速度和压力变量；其次通过不同流体状态下的声场控制方程，以及流体场的瞬时变量和平均变量，添加或构造出声源项，并模拟声波的传播过程；最后基于数值过滤获得稳定的声场变量。

3. 算例验证

3.1 直线振荡圆柱绕流计算模型

在本算例中，初始流体为静止流体，圆柱中心沿着直线进行振荡运动。为了便于表达，定义直线振荡运动的方向为 x 方向，其振荡运动表达式定义为

$$x_c(t) = x_c - A_x \sin(2\pi f_x t) \quad (18)$$

式中： $x_c(t)$ —随圆柱振荡运动时，圆柱中心在 x 方向上的位置； x_c —圆柱中心初始时刻在 x 方向上的位置； A_x —直线振荡运动的幅值； f_x —直线振荡运动的频率，由雷诺数 Re 和 KC 值共同决定。该雷诺数重新定义为

$$Re = \frac{\rho U_{\max} D}{\mu} \quad (19)$$

式中： $U_{\max}$ —圆柱中心直线振荡的最大速度。 KC 值定义为

$$KC = \frac{U_{\max}}{f_x D} \quad (20)$$

设置与参考文献中一致的雷诺数和 KC 值的大小，即 $Re = 100$ 和 $KC = 5$ ，以及圆柱直线振荡地最大速度为 $U_{\max} = 0.2$ 。基于这些参数，由式可计算出流体的粘性系数为 $\mu = \rho U_{\max} D / Re$ ；由式可知圆柱直线振荡地频率为 $f_x = U_{\max} / (D \cdot KC)$ ；由式可得圆柱直线振荡的最大速度为 $U_{\max} = 2\pi f_x A_x$ ，因此圆柱直线振荡运动的最大幅值为 $A_x = U_{\max} / 2\pi f_x$ 。流体计算域的大小定义为 $30D \times 30D$ ，振荡圆柱的初始位置位于流体计算域的中心 $(0,0)$ 处。本算例中设置两种笛卡尔网格间距，其大小分别为 $0.02D$ 和 $0.01D$ ，针对不同笛卡尔网格间距，均采用相同的无量纲计算时间步长为 $\Delta t' = 5 \times 10^{-3}$ 。此外，相关计算参数仍与上述算例中的无量纲参数保持一致，即边界刚度大小仍设置为 10^8 ，流体密度 $\rho_f = 1$ ，均匀来流速度 $u_\infty = 1$ ，圆柱直径为 $D = 1$ 。本算例中流体计算域的四周设置自由滑移条件，以此模拟无限宽广的初始静止流体，即入口和出口处设置为 $\partial \mathbf{u} / \partial x = 0$ ，上下边界设置为 $\partial \mathbf{u} / \partial y = 0$ 。

3.2 流固耦合模拟结果

采用上述两种笛卡尔网格间距进行模拟，当圆柱直线振荡几个周期后，可获得不同直线振荡运动相位角位置处流体的速度涡量和压力云图如图 2 和图 3 所示。在流体速度涡量云图中，随着直线振荡圆柱的运动，圆柱附近的静止流体受到圆柱的挤压，改变了流体原有的静止状态，形成了对称漩涡，并随着圆柱的振荡运动依次有序地脱落，符合静止流体中运动物体的无滑移和无渗透条件。在流体压力云图中，圆柱前进方向上的流体呈现出负压力状态，其反方向上呈现出正压力状态，符合流体受到圆柱冲击时流体速度增加压力减小，以及回流时流体速度减小压力增大的物理规律。

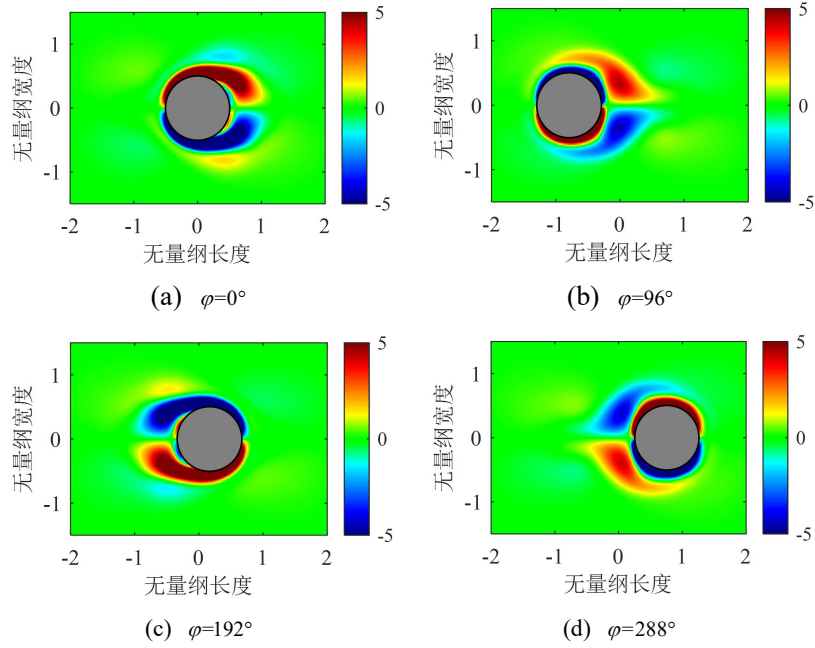


图 2 不同相位角时静止流体中直线振荡圆柱的速度场云图

当直线振荡圆柱完成几个周期运动后，流体对该圆柱产生的 x 方向作用力随一个周期时间变化情况如图 4 所示，可见在一个圆柱直线振荡周期内，圆柱在 x 方向上的作用力呈现为谐波形式。将该作用力波形与圆柱直线振荡运动的波形（零相位正弦波）相比较，可以发现两者间仅存在一个较小相位角的差异，说明流固耦合作用力主要来源于圆柱的直线振荡，并且作用力记录周期初始时刻的流体为非静止状态，运动的流体和振荡圆柱间的耦合作用形成了该较小的相位角。此外，无论是较大笛卡尔网格 $h = 0.02D$ ，还是较小的笛卡尔网格 $h = 0.01D$ ，其计算结果均与实验测试数据^[24]保持高度一致。

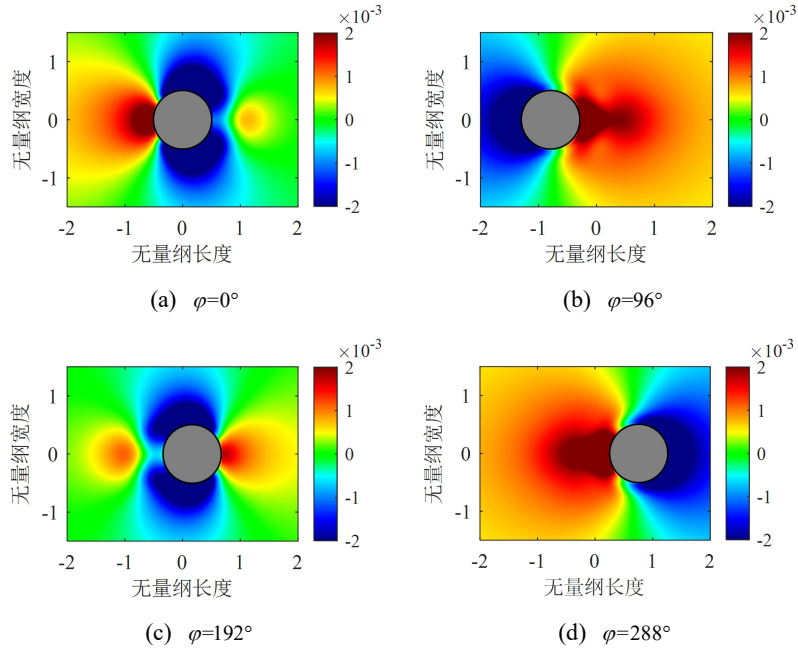


图 3 不同相位角时静止流体中直线振荡圆柱的压力场云图

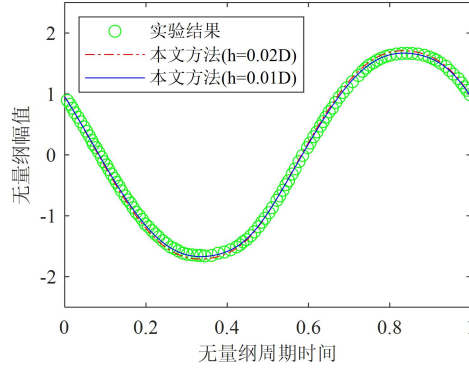


图 4 圆柱所受直线振荡方向作用力随时间变化情况

3.3 流噪声计算结果

该流噪声的声压云图如图 5 所示，随着圆柱的振荡运动，在圆柱运动方向上形成了相同振动周期的冲击声波，验证了本文方法模拟直线振动圆柱流噪声的有效性。根据本文流固声耦合方法的流噪声结果，可以以计算域(0,0)点为圆心，不同半径圆形曲线位置上的无量纲声压指向性如图 6 (a)所示。其中，当圆形曲线的半径越小时，其无量纲声压指向性的幅值越大，验证了声波在传播过程中，随着辐射范围的增加，声压幅值不断减小。依据流固声耦合分析结果，设置不同半径位置处的圆形曲线作为 FW-H 方法的积分曲线，预测半径为 $13D$ 的圆形曲线上声压大小。通过本文流固声耦合方法与 FW-H 方法，可得声压指向性比较结果如图 6 (b)所示。可见，在 90° 和 270° 方向上，流体可近似为均匀流体，FW-H 方法预测结果指向性与直接模拟结果较为吻合；在 0° 和 180° 方向上，流体受到了直线振荡运动圆柱的冲击，所以流体速度场和压力场均呈现非均匀状态，因此两者间存在一定的误差。本算例有效验证了本文流固声耦合分析方法的准确性，以及流固声耦合分析方法在非均匀流体中仿真模拟的优势。

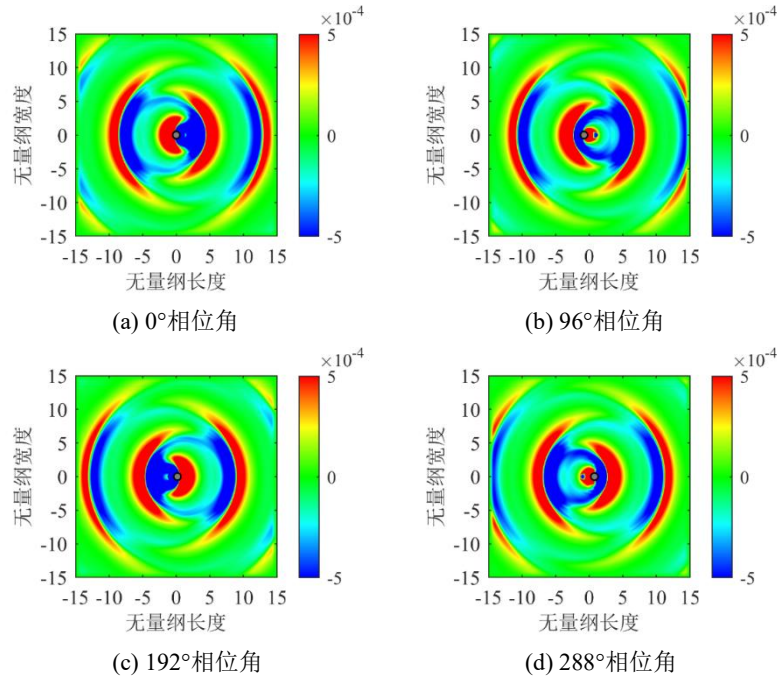


图 5 不同相位时静止流体中直线振荡圆柱流噪声直接模拟声压云图

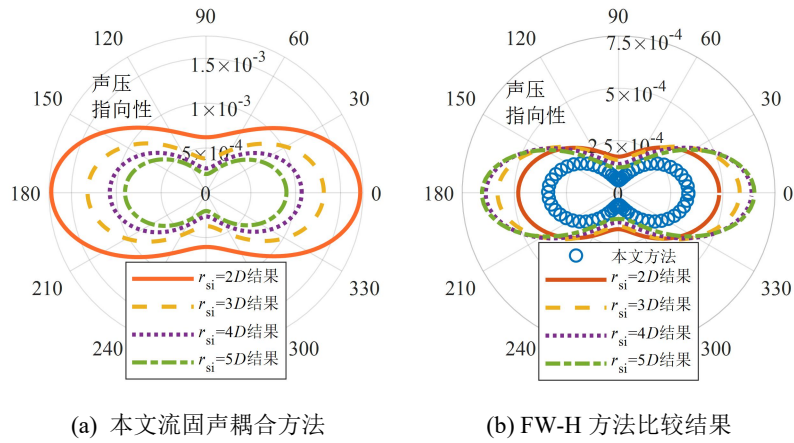


图 6 本文流固声耦合分析方法和 FW-H 方法中不同半径无量纲声压指向性

4. 小结

本文提出一种运动边界的流固声耦合数值计算方法，实现运动圆柱绕流的流体速度、压力及流噪声的准确预测。通过本文方法的数值计算结果，表明运动圆柱改变其附近流体的速度场和压力场，从而产生脉冲形式的流噪声。此外，基于本文方法与实验和 FW-H 方法的比较结果，验证了本文方法针对运动边界流固声耦合分析的高精度特征，凸显了本文方法考虑流固声耦合效应的优势。

参考文献

- [1] He Y, Zhang X, Zhang T, et al. An improved hydrodynamic/acoustic splitting method for fluid-structure interaction feedback with elastic boundaries[J]. Physics of Fluids, 2022, 34: 023606.
- [2] He Y, Zhang X, Zhang T, et al. A wavelet immersed boundary method for two-variable coupled fluid-structure interactions[J]. Applied Mathematics and Computation, 2021, 405: 126243.
- [3] Ikeda T, Atobe T, Takagi S. Direct simulations of trailing-edge noise generation from two-dimensional airfoils at low Reynolds numbers[J]. Journal of Sound & Vibration, 2012, 331 (3): 556-574.
- [4] Liu W, Wook Kim J, Zhang X, et al. Landing-gear noise prediction using high-order finite difference schemes[J]. Journal of Sound & Vibration, 2013, 332 (14): 3517-3534.
- [5] Hardin J, Ristorcelli J, Tam C. ICASE/LaRC workshop on benchmark problems in computational aeroacoustics[J]. National Aeronautics and Space Administration, 1994.
- [6] Bogey C, Bailly C, Juvé D. Computation of Flow Noise Using Source Terms in Linearized Euler's Equations[J]. AIAA Journal, 2002, 40 (2): 235-243.
- [7] Liang A, Zhong GH, Sun XF. Numerical simulation of sound radiation from moving bodies based on immersed boundary method[J]. Hangkong Dongli Xuebao/Journal of Aerospace Power, 2011, 26 (3): 512-517.
- [8] Sun X, Jiang Y, Liang A, et al. An immersed boundary computational model for acoustic scattering problems with complex geometries[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 2012, 132 (5): 3190-3199.
- [9] 何燕飞. 小波浸入边界法及舰艇耦合场噪声预测研究[D]. 西安: 西安交通大学, 2022.
- [10] Seo JH, Mittal R. A high-order immersed boundary method for acoustic wave scattering and low-Mach number flow-induced sound in complex geometries[J]. Journal of Computational Physics, 2011, 230 (4): 1000-1019.
- [11] Ewert R, Kreuzinger J. Hydrodynamic/acoustic splitting approach with flow-acoustic feedback for universal subsonic noise computation[J]. Journal of Computational Physics, 2021, 444.

- [12] Ewert R, Schroder W. Acoustic perturbation equations based on flow decomposition via source filtering[J]. *Journal of Computational Physics*, 2003, 188 (2): 365-398.
- [13] Seo JH, Moon YJ. Perturbed compressible equations for aeroacoustic noise prediction at low Mach numbers[J]. *Aiaa Journal*, 2005, 43 (8): 1716-1724.
- [14] Seo JH, Moon YJ. Linearized perturbed compressible equations for low Mach number aeroacoustics[J]. *Journal of Computational Physics*, 2006, 218 (2): 702-719.
- [15] Zhao C, Yang Y, Zhang T, et al. Numerical simulation of acoustic scattering and flow-induced noise with sharp interface immersed boundary method[C], 2020: 0336.
- [16] Dahl MD. Fourth computational aeroacoustics (CAA) workshop on benchmark problems[J]. 2004.
- [17] Tam CK. Computational aeroacoustics-Issues and methods[J]. *Aiaa Journal*, 1995, 33 (10): 1788-1796.
- [18] F. Q, Hu, and, et al. Low-Dissipation and Low-Dispersion Runge–Kutta Schemes for Computational Acoustics[J]. *Journal of Computational Physics*, 1996.
- [19] Hu FQ. On absorbing boundary conditions for linearized Euler equations by a perfectly matched layer[J]. *Journal of Computational Physics*, 1996, 129 (1): 201-219.
- [20] Hu FQ. A stable, perfectly matched layer for linearized Euler equations in unsplit physical variables[J]. *Journal of Computational Physics*, 2001, 173 (2): 455-480.
- [21] Hu FQ. A perfectly matched layer absorbing boundary condition for linearized Euler equations with a non-uniform mean flow[J]. *Journal of Computational Physics*, 2005, 208 (2): 469-492.
- [22] Hu F. On the construction of PML absorbing boundary condition for the non-linear Euler equations[C], 2006: 798.
- [23] Gaitonde DV, Visbal MR. High-order schemes for Navier-Stokes equations: algorithm and implementation into FDL3DI. Air Force Research Lab Wright-Patterson AFB OH Air Vehicles Directorate, 1998.
- [24] Dutsch H, Durst F, Becker S, et al. Low-Reynolds-number flow around an oscillating circular cylinder at low Keulegan-Carpenter numbers[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1998, 360: 249-271.

第一作者简介：

何燕飞（1995-），男，重庆合川人，北京理工大学重庆创新中心博士后，主要研究方向是固体小波有限元、流固耦合的浸入边界法、流固声耦合的噪声预测方法。联系方式，电话：15002972997，Email：7520220137@bit.edu.cn，邮编：401120，地址：重庆市渝北区龙兴镇曙光路9号9幢。